

信息理论与气候预报

L-Y. Leung G. R. North

摘要 本文把信息理论引入到刻划气候可预报性中，特别是借用了熵和信息传递(transformation)的概念。熵定量地表示了我们对气候系统状态了解的不确定性。信息传递代表了在已知初始距平大小的情况下，在任意时刻 t 获得的关于这一距平的信息。信息传递有许多吸引人的性质，能用来作气候系统可预报性的一种量度。通过一个简单的随机气候模式(一个受噪声强迫的能量平衡模式)对这些概念如何用于气候可预报性作了解释。尽管我们对初始状态有充分了解，但研究表明信息传递描述了关于距平的信息衰减。本文还特别对把信息传递推广到其他气候模式时的用途作了讨论。

1. 引言

在气候研究中，已经作了很多努力来寻找描述和测量第一类可预报性(Lorenz 1975)的途径。这是指在仅已知初始条件(边界条件固定)的情况下的一个系统的可预报性。信噪比已被用作这样的一个量(Barnett和Hasselmann 1979)。信号是我们想要预报的某气候变量的变化，而噪声则是围绕着气候变量值的随机的或无法预报的起伏，它模糊了我们感兴趣的信号。噪声可能来自超过几周以后便不可预报的逐日天气变化(美国科学院，1975)。Leith 1973年在他的气候可预报性的研究中也谈到这样一个量，其中信号是指在任何气候意义下的变化，噪声来自对平均值作有限时间内平均估算的过程中不可预报的起伏。Madden(1981)把信噪比作为长期预报的一种定量的量度。能够从资料中得到的噪声进一步可分成两部分。首先，气候噪声，正如上面提到的，是由有限取样而引起的起伏；它实质上是不可预报的。那末方差的其余部分是可能预报的。发现可能预报部分的比例是位置的函数，从而可以确定在那些地方可预报性能得到改进。最后，Shukla(1981)设计了一种F检验，用检测从几乎相同初始条件开始的模式计算结果中的总体方差的改变来测量大气环流模式

试验中的气候(信号)变化。他论证说偏离气候状况信号的可检测性就是可预报性的证据。

一个量要成为一种对气候可预报性的令人满意的量度，它应具有某些重要性质。在许多可预报性研究中，某个量的起始距平被给得很大以便来看它的预报期限到底可取多长时间。显然，大的距平在实际大气中并不经常出现。应该有一种客观的方法，按不同距平出现的频率给以不同的权重。用信噪比，我们可以测量在不同情况下或不同位置的气候可预报性，但是，没有一种有效的方法可以综合这些信噪比来给出整个气候的可预报性。很难对把不同地点的信噪比简单加起来或按信号出现频率给信噪比以权重的方法给以有意义的解释，因为分子分母可能正在变化着。因此，也难于对在一张地图上用内插两地的信噪比的办法来求出中间地点的可预报性的做法给出合理解释。当新的信息加进来以后，信噪比会怎么样呢？最后，当信号为零时(即气候状态处于气候学平均状态)，这意味着不存在可预报性吗？当然，我们相信在初始条件精确等于总体平均的情况下仍能预报气候状况。但是，在那种情况下，信噪比已不能用来量度气候可预报性。从以上讨论可知，必须寻找一种表达气候可预报性的更普遍的方法。

本文目的在于检验信息理论在气候预报研究中的用途。Shannon(1948)首次介绍了信息理论。虽然他的主要贡献是在电气工程的通讯理论方面,但信息理论在其他许多研究领域,例如在图型识别,统计力学等方面的应用也很成功(Levine和Tribus,1979)。熵极小极大分析在气候预报中已经有了某些应用(Christensen和Eilbert 1985)。

基本概念应用了状态总体的“熵”,这是不确定性的一种度量。通过某次度量,在该次度量前存在的不确定性被消除了,我们说获得了信息。因此,熵也是信息量的量度。假设有一个以相互排斥事件 A_1, A_2, \dots, A_n 组成的完整系统 A ,它们的概率是 $P(A_i), i=1, \dots, n$,那末该系统的熵定义为:

$$H(A) = - \sum_{i=1}^n P(A_i) \log P(A_i) \quad (1)$$

这样定义的熵有这样一种性质,即当系统的各事件以相等概率出现时熵达到最大,从而代表了最大不确定性。注意到熵是以事件出现概率为权重的一个量。因此,得到的量 $H(A)$ 是不依赖于事件的,而表示了系统 A 的某种整体性质。

若系统 B 由事件 B_1, B_2, \dots, B_m 组成,则由两个事件的积 AB 组成的系统的熵定义如下:

$$H(AB) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i B_j) \cdot \log P(A_i B_j) \quad (2)$$

其中 $P(A_i B_j)$ 是事件 $(A_i B_j)$ 的概率。

如果 A 和 B 是独立的,则熵正好是 A 和 B 各自熵的和。这一简单的可加性在后面将证明是很有用的,因为它提供了结合不同系统熵的途径。

一个我们将要引用的非常有用的概念是信息传递(Reza, 1961)。考虑事件 A 和 B 这两个系统, A, B 的信息传递的数学表达式为:

$$I(A, B) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i B_j) \cdot \log [P(B_j/A_i)/P(B_j)] \quad (3)$$

假设一个观测者想要测量 B_j ,他的关于 B_j 将会发生的以前的知识是边缘(marginal)概率 $P(B_j)$,这种概率是建立在 B 的平均特性的直觉的或经验的知识基础上的。观测者关于 B_j 将会实际发生的后来知识则是建立在 A_i 事件已知已经出现的条件概率 $P(B_j/A_i)$ 上的。因此,观测者的信息增益是,在知道和不知道事件 A 已经出现的两种情况下,关于 B 的最后和初始不确定性的比的对数。对于不同事件对 $A_i B_j$ 的这种信息增益的平均值就是信息传递。它表示了如果我们知道 A 的那一个事件已经发生而使我们获得关于系统 B 的信息,或反之亦然。很明显如果 A 和 B 是相关的,它们通过条件概率互相联系。如果 A 和 B 互相独立,通过了解 A 并不能得到关于 B 的任何信息,因此,信息传递简单地为零。读者可参考Kullback等(1987)或本文附录以得到信息论的较详细的内容。

在下面,我们将通过考虑气候系统的信息演变或衰退而提出一种可预报性时限的量度。特别是,我们想要知道根据初始条件出现的条件概率,我们得到了多少关于一个距平(异常)在未来时刻的信息。根据上面给出的信息传递的定义,初始和未来的距平的信息传递正是用来回答这个问题的这样一个量。即使我们完全知道一个距平的初值,但这个量所表示的结果将告诉我们这一距平的信息以多快速度损失。

在第2小节中,将引入一个简单气候模式,用以说明如何将上述概念应用到气候可预报性中。所用的模式是North和Cahalan(1981)的简单随机气候模式。这一模式很难用来表示实际大气的各种细节。但是,它确实抓住了气候系统的某些重要特性并给出了

比较合理的结果。由于我们把信息理论应用于气候可预报性的研究仅是探索性的, 选用这一简单模式是合适的。因为它不仅便于计算, 而且便于对结果作直观解释。第3小节给出这些计算结果和解释。然后讨论了信息理论在可预报性研究中应用的推广。最后, 对这一概念在技巧得分的应用中的前景作了讨论。

2. 简单的随机气候模式

North 和 Cahalan(1981) 用一个简单的 Budyko-Sellers 型的气候模式来研究气候可预报性的随机时限。在他们的模式中, 天气现象, 例如具有 3—4 天时间尺度的气旋, 被处理为一种快变分量, 并用白噪声过程来表示。这一近似在辐射张弛时间为 30—50 天量级的大尺度能量平衡公式中可以证明是成立的。该模式的可预报性来自热力距平的辐射张弛作用, 热力距平本身又受到由天气过程(水平热通量、云量起伏等)引起的能量不平衡所产生的高频起伏的调节。

上面的简化得到 Manabe、Wetherald (1975) 和 Wetherald、Manabe (1975) 的大气环流模拟研究的支持, 他们的研究表明全球平均温度张弛的时间常数约为 50 天。Hasselmann(1976) 已经指出这一系统类似于布朗运动问题, 即快速移动的流体分子被作为随机噪声作用于缓慢移动微粒上。解决这一问题的一种方法是建立一个宏观变量的朗之万方程(参见 Wax 1954)。朗之万方程是一个受到快速振动项强迫的线性微分方程。对于布朗运动, 它可以写成:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + b\mathbf{v} = F(t) \quad (4)$$

其中 \mathbf{v} 是一个描述微粒速度的宏观变量, m 为微粒的质量, b 为流体摩擦系数, $F(t)$ 代表周围分子作用于该微粒的起伏变化的力。就平均而言, $F(t)$ 消失, 宏观变量 \mathbf{v} 按类似于控制确定性系统状态的一阶微分方程所表示的较有序的方式变化。

对气候系统, 简单的线性能量平衡模式可以用来描写热力距平的演变。从这模式能导出朗之万型问题。该气候模式用下述方程来定义(North 和 Cahalan 1981)

$$C \frac{\partial T}{\partial t}(\mathbf{r}, t) - R^2 D \nabla^2 T(\mathbf{r}, t) + A + BT(\mathbf{r}, t) = QS(\mathbf{r}, t)a(\mathbf{r}) + F(\mathbf{r}, t) \quad (5)$$

方程(5)表示了该气候系统的能量平衡。独立变量是时间 t 和位置矢量 \mathbf{r} 。第一项为热量储存项, 其中 C 为单位面积热容量, 这里在全球范围内取作是均匀的。第二项代表各种形式的热量的水平扩散作用, R 为地球半径, D 为热力扩散常数。随后两项代表红外辐射作用(Budyko 1968, 1969), 其中 A 和 B 是经验系数(例如 Short 等 1984)。右边第一项表示太阳辐射能的吸收, 其中 Q 为太阳常数的四分之一, $S(\mathbf{r})$ 为在 \mathbf{r} 点的辐射平均分布, $a(\mathbf{r})$ 为余反照率。余下一项为随机场, 它表示了天气振动加在热力场上的随机强迫作用。随机强迫作用在时间上是白噪声性的, 在全球范围的空间上是统计均匀的, 即

$$\langle F(\mathbf{r}, t) \rangle = 0 \quad (6a)$$

$$\langle F(\mathbf{r}, t) F(\mathbf{r}', t') \rangle = f^2 P(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}') \delta(t - t') \quad (6b)$$

方程(6b)阐述了除非 $t=t'$, F 与其自身的相关将消失(时间上的白噪声性), 它仅取决于表示点 \mathbf{r}, \mathbf{r}' 的单位矢量间的大圆距离(在球面上统计均匀性)。

对全球平均的气温, 这类系统的时间尺度 τ_0 等于 C/B (对孤立的空气柱为 58 天, 对位于海洋上空的大气气柱为 4.8 年, 例如 Schneider 和 Mass 1975)。在任意时刻 $t \geq 0$, 平均温度距平及其均方根差分别由以下两式给出:

$$\langle T \rangle = T_0 e^{-t/\tau_0} \quad (7)$$

$$\sigma^2(t) = \langle (T(t) - \langle T \rangle)^2 \rangle = \sigma_0^2 (1 - e^{-2t/\tau_0}) \quad (8)$$

其中 $\langle T \rangle$ 是初值为 T_0 的子集的平均温度距

平, σ_0^2 是气候学方差。方程(8)描述了这样的一些子集元的均方根差, 这些子集围绕着子集平均值作不规则的振动, 直到它们由于各态历经性最后充满全部气候学总体概率分布。由于单个系统的振动振幅随时间不断增长, 真正的温度距平被逐渐模糊, 于是可预报性逐渐损失。这样均方根差对该系统来说其作用犹如噪声, 即有模糊真正温度距平的倾向。如果我们把子集平均温度距平取作要预报的信号, 那末信噪比能用作该系统可预报性的量度。

对随空间而变的温度场距平, North 和 Cahalan 发现, 在方程(6 a) 和(6 b) 给出的对称假设下, 温度场距平的球谐分解的每一个分量之间是统计上互不相关的和互相正交的。 n 阶球谐模的振幅所具有的张弛时间由(9)式确定

$$\tau_n = \frac{C}{n(n+1)D+B} \quad (9)$$

因此, 作为单个模, 它们的属性犹如全球温度距平(除了时间尺度有变化), 即较大空间尺度有较长的张弛时间。

这一预报问题能用温度距平演变概率密度函数来表述。在起始时, 每一模的初始温度距平分布为一狄拉克 δ 函数。随着时间推移, 峰值向零值漂移, 且宽度变宽。图 1 为一个特定模的温度距平(一个很大的初始距平)在四个不同时刻的条件概率分布。距平呈正态分布 $N(\langle T \rangle, \sigma^2)$, 其中 $\langle T \rangle$ 和 σ^2 由

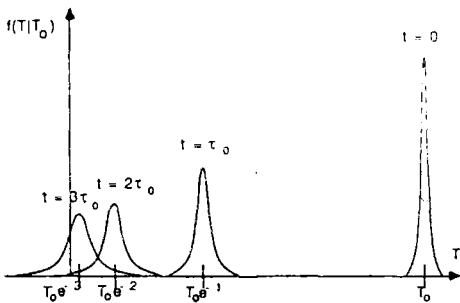


图 1 在给定初始温度距平 T_0 后不同时刻 t 的温度距平 T 的条件概率分布 $f(T/T_0)$

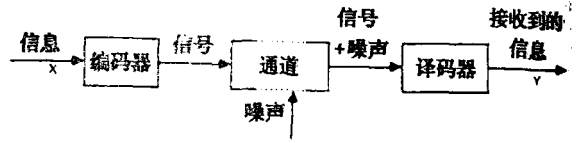


图 2 一个在信息论中用的一般通信系统。不同熵之间存在关系 $H(X) + H(Y/X) = H(Y) + H(X/Y)$, 其中 $H(X)$ 、 $H(Y)$ 反映了信息 X 和收到的信息 Y 的概率结构, $H(Y/X)$ 表示所加噪声水平, 疑义度 $H(X/Y)$ 表示输入信息能在输出信息中恢复到多好程度

方程(7)和(8)确定。在几倍张弛时间长的时间间隔, 温度距平将几乎变回到零, 方差也回到它的气候值 σ_0^2 。那末, 这时概率分布正就是气候学温度概率分布。可预报性时段实质上已经结束。

3. 信息理论在气候预报中的应用

究竟是什么促使我们把信息理论应用于气候预报研究, 对这一点作出解释是重要的。一个通信系统和气候系统之间存在某些本质相似之处。图 2 概述了通信系统的一般模式。尽管在信息通道中加入了噪声, 系统的主要目的是要在系统的接收端收到输入的信息的可信的复制品。为了达到这一目标, 采取了下列步骤:

1) 由源 X 提供的信息必须定量地给以定义。这可用熵函数 $H(X)$ 来实现。详细计算牵涉到文中所用语言的结构。

2) 信息通过通道的传输率可用源 X 和输出 Y 之间的信息传递得到最好的度量。根据系统和噪声的结构可以确定信息传递 $I(X, Y)$ 的理论极大值。

3) 信息的编码和译码是根据最大信息传递的原则来设计的。最大值出现在源和通道之间有合理的匹配的情况下。现在常用编码是 Shannon-Fano 和 Huffman 码。这两种编码都具有经常出现的信息用较短码的特性。

图 3 表示了气候系统。该模式是很普遍的模式, 系统内的噪声可解释成为犹如随机强迫作用于该气候系统的天气振动或由于有

限间隔取样造成的振动。信号可以是我们要预测的气候变量的任何变化。我们的预报问题是在给定初始距平 S_0 的情况下对在时间 t 的距平 $S(t)$ 作出好的预报这样一个问题。信号(距平)的不确定性可以用熵 $H(S)$ 定量地来表达。而且, 信息传递 $I(S, S_0)$ 可用来测量通过已知 S_0 得到关于 S 的信息的多少。可以预料 $I(S, S_0)$ 由于噪声加入系统而随时间减小, 直到相对于气候学状态来说无信息可从已知的初始状态传递过来。



图3 以初始距平为输入和时刻 t 的距平为输出的气候系统。图上所示加给系统的噪声实际上是由系统的内部机制产生的

就我们讨论的随机气候模式, 来看一看在时刻 t 温度距平 T 和初始温度距平 T_0 之间的信息传递。检验一下信息传递函数能否描写该气候系统的信息衰退。信息衰减的时间将表示该系统的可预报性时段。已经发现了下述几个关于信息传递的有趣的例子。

a. 全球距平的信息传递

正如上面已经提到的那样, 一个变量的不确定性可用熵来度量。在气候学上温度距平有如下分布

$$f(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} e^{-T^2/2\sigma_0^2} \quad (10)$$

因此, 温度距平 T 的熵可从方程(1)的连续形式来计算:

$$\begin{aligned} H(T) &= - \int_{-\infty}^{\infty} f(T) \log f(T) dT \\ &= \frac{1}{2} + \log \sqrt{2\pi\sigma_0^2} \end{aligned} \quad (11)$$

按照 North-Cahalan 模式, 在给出初始温度距平 T_0 条件下, 时刻 t 的温度距平 T 的条件概率是高斯分布:

$$f(T/T_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(T-T_0)^2/2\sigma^2} \quad (12)$$

其中 $\langle T \rangle$ 和 σ^2 是由方程(7)和(8)定义的距平平均值和距平的均方差。

这样, 由方程(2)给出的 T, T_0 的条件熵为

$$\begin{aligned} H(T/T_0) &= - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(T, T_0) \cdot \\ &\quad \log f(T/T_0) dT dT_0 \\ &= \frac{1}{2} + \log \sqrt{2\pi\sigma^2} \end{aligned} \quad (13)$$

因此, 用方程(11), (13)和(8)可得到 T, T_0 的信息传递为

$$\begin{aligned} I(T, T_0) &= H(T) - H(T/T_0) \\ &= -\frac{1}{2} \log(1 - e^{-2t/\tau}) \end{aligned} \quad (14)$$

所以, 正如我们所料该信息传递确随时间下降。事实上, 图4表明尽管我们完全知道初始距平信息, 但全球温度距平的信息传递仍很快下降。它在 $2-3$ 倍 τ_0 时间中减小到零。初始时期的可预报性来自已知初始距平的大小这一事实, 温度距平的概率分布从气候学的高斯分布 $N(0, \sigma_0^2)$ 改变为图1所示的条件概率分布。信息传递定量地表示了温度距平的不确定性, 如果知道初始距平这种不确定性就能被消除。事实上, 这一方法能推广到通过获得能改变气候变量的概率结构的任何知识来寻找可能改善的可预报性。

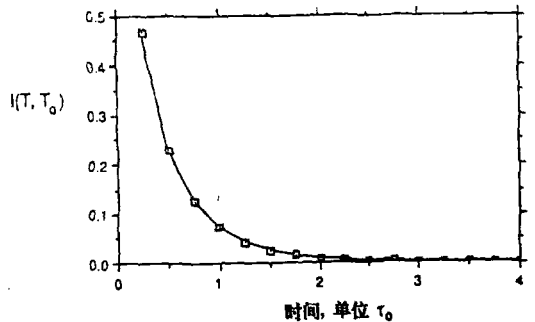


图4 给定初始距平 T_0 后任意时刻的全球温度距平的信息传递 $I(T, T_0)$ 。信息传递的衰减表示可预报性的衰退

此外, 信息传递是在初始状态基础上以那种特定状态出现的相对频率为权重的平均。在可预报性的孤立个例研究中, 人们常

会对初始状态的选择如何影响可预报时段感到疑惑。例如，可预报时段对所加的初始距平的大小相当敏感。应用信息传递，系统可预报性得到客观的表达。

b. 温度场距平的信息传递

由于应用简单气候模式，我们能解析地取出该系统的不同模，因此，可以看一看对于系统的不同模信息传递有什么不同。对于温度场距平，也就是把温度距平展开成球谐函数。注意在时刻 t 的气候状态的完整描述是由在希尔伯特空间意义下时刻 t 的球谐系数组成的无穷维矢量 $T_{nm}(t)$ 给出的。由于随机强迫作用在空间上假定是均匀的，各模之间是统计不相关的（球谐函数就是系统的经验正交函数，North 1984）。对高斯分布来说，这就是说各模间是互相统计独立的。因此，每一模的条件分布由下式给出：

$$f(T_{nm}/T_{nm0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-(T_{nm}-T_{nm0})^2/2\sigma_n^2} \quad (16)$$

其中 n, m 为球谐 ($y_n^m(r)$) 基集的指数，

$$\sigma_n^2 = \sigma_{n0}^2 (1 - e^{-2t/\tau_n}) \quad (17)$$

$$\langle T_{nm} \rangle = T_{nm0} e^{-t/\tau_n} \quad (18)$$

σ_{n0}^2 是 n 模的气候学方差， T_{nm0} 为 n, m 模的初始距平； τ_n 由方程(9)定义。上述两个表达式分别表示不同模的距平的方差和子集平均值。

由于各模是统计独立的，温度场距平的条件概率分布以因式表示：

$$f(T/T_0) = \prod_{nm} f(T_{nm}/T_{nm0}) \quad (19)$$

由独立变量的熵可加性（附录方程(A7)），温度条件熵简单地就是单个模贡献的和：

$$H(T/T_0) = \sum_{nm} H(T_{nm}/T_{nm0}) \quad (20)$$

其中

$$H(T_{nm}/T_{nm0}) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(T_{nm}, T_{nm0}) \times$$

$$\log f(T_{nm}/T_{nm0}) dT_{nm} dT_{nm0} = \frac{1}{2} + \log \sqrt{2\pi\sigma_n^2} \quad (21)$$

因此，

$$\begin{aligned} I(T, T_0) &= H(T) - H(T/T_0) \\ &= -\frac{1}{2} \sum_n (2n+1) \log(1 - e^{-2t/\tau_n}) \\ &= \sum_n I(T_n/T_{n0}) \end{aligned} \quad (22)$$

系统信息传递由不同模贡献 $I(T_n/T_{n0})$ 的和组成。图 5 表示当 $D/B=0.04$ 时最大的 4 个模的信息传递 $I(T/T_0)$ 随时间的演变。在起始时，较小尺度模在信息传递中占优势。不同模的相对贡献取决于长度尺度 $\sqrt{D/B}$ 。但是，当张弛时间对大尺度来说越长的時候，大尺度在后期保留信息越多。

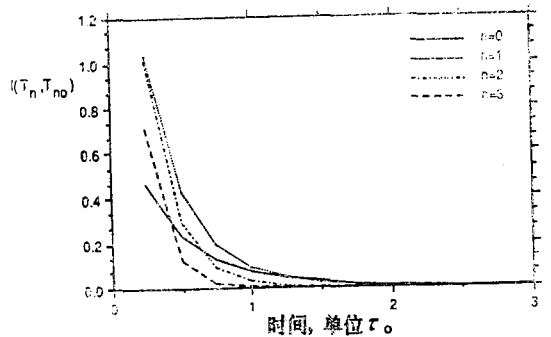


图 5 4 个最大模的温度距平 T_{n0} 的信息传递，初始距平为 T_{n0} ， $D/B=0.04$

这个例子表明信息传递在描写可预报性中是很有用的。它提供了将不同独立源的信息合并起来的一种方法，从而可以从整体上量度系统状态的可预报性。与常规的量度方法例如信噪比作对比，信噪比通常只能对全球不同地点或信号的不同振幅而言。并没有整体描写系统可预报性的简单的合适的方法。将来自不同地点贡献的或不同尺度现象的信噪比加起来或进行平均并没有任何物理意义。此外，信噪比不能从总噪声和把全球不同部分的贡献加起来的总信号中来计算，因为这些量不是简单可加的。

c. 点上温度距平的信息传递

为了获得信息如何取决于预报量的选择的见解, 研究全球某点的温度距平 $T(\mathbf{r}, t)$ 的信息传递是有意义的。某点的温度距平可以认为是不同模的距平在该点的组合。如果温度场也展成球谐函数, $T(\mathbf{r}, t)$ 就是变量 $T_{nm}(t)$ 的线性组合, 即

$$T(\mathbf{r}, t) = \sum_{nm} T_{nm}(t) Y_n^m(\mathbf{r}) \quad (24)$$

且 T 的方差也是不同模 m, n 方差的线性组合, 即

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \sum_{nm} Y_n^m(\mathbf{r}) Y_n^{-m}(\mathbf{r}) \sigma_n^2 \\ &= \sum_n \frac{2n+1}{4\pi} \sigma_n^2 \end{aligned} \quad (25)$$

其中最后一步利用了和的规则 $\sum Y_n^m Y_n^{m*} = (2n+1)/4\pi$ 。问题的球对称性使点方差 σ 与空间位置无关。

现在考虑在点 \mathbf{r} 和 $t=0$ 时为某一数值的子集的演变问题。由于温度场距平的不同模的分布呈高斯分布, 且互相独立, 在位置 \mathbf{r} 给定 T_0 的 T 的条件概率为

$$\begin{aligned} f(T/T_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \\ &\exp\left\{-\frac{[T(\mathbf{r}, t) - \langle T \rangle]^2}{2\sigma^2}\right\} \end{aligned} \quad (26)$$

其中 σ 按方程(25)和(17)是 t 的函数。

该点温度的气候概率分布为

$$f(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \exp\left\{-\frac{T^2}{2\sigma_0^2}\right\} \quad (27)$$

因此

$$\begin{aligned} I(T/T_0) &= H(T) - H(T/T_0) \\ &= -\frac{1}{2} \log\left\{1 - \left(\sum_n \frac{2n+1}{4\pi} \sigma_{n0}^2 e^{-2t/\tau_n}\right) / \sigma_0^2\right\} \end{aligned} \quad (28)$$

除了每一模的指数函数是以该模的方差为权

重这一点以外, 这个表达式与前面例子中得到的表达式有相似的形式。这告诉我们来自不同尺度的可预报性贡献的作用如何影响某点的可预报性。比较方程(28)和(14), 我们立即能看出每一点温度的信息传递总是小于全球温度的信息传递。这与全球温度总是比点上温度容易预报的事实一致。

d. 空间平滑后的温度场距平的信息传递

通常, 我们感兴趣的温度场常是某一空间区域的平均值。这犹如温度场作了平滑或通过一滤波器的处理。例如, 这种滤波器可以是在球上小圆盘形区域对温度作平均。我们想知道这种平滑对信息衰减有什么作用。定义平滑过滤器 S 以点 \mathbf{r} 为对称, 也就是 $S(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')$ 仅取决于 \mathbf{r} 与 \mathbf{r}' 之间交角 θ 。那末,

$$\begin{aligned} S(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}') &= \sum_n S_n P_n(\cos\theta) \\ &= \sum_n S_n \left[\frac{4\pi}{2n+1} \right] \sum_m Y_n^{m*}(\mathbf{r}') Y_n^m(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (29)$$

其中我们用了球谐函数的加法定理。此外, 球谐函数满足正交关系

$$\int Y_n^{m*}(\mathbf{r}) Y_n^m(\mathbf{r}) d\Omega = \delta_{nn} \delta_{mm} \quad (30)$$

那末过滤后的温度场 $T_f(\mathbf{r}, t)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} T_f(\mathbf{r}, t) &= \int \sum_{nm} S(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}') T_{nm}(t) Y_n^m(\mathbf{r}') d\Omega' \\ &= \sum_{nm} T_{nm}(t) F_{nm}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (31)$$

其中

$$F_{nm}(\mathbf{r}) = \left[\frac{4\pi S_n}{2n+1} \right] Y_n^m(\mathbf{r}) \quad (32)$$

过滤仅使温度场的球谐函数振幅变小 $4\pi S_n/(2n+1)$ 倍。其信息传递如以前那样是

$$I(T_f, T_{f0}) =$$

$$= -\frac{1}{2} \log \left(1 - \frac{\sum_n \frac{4\pi S_n^2}{2n+1} \sigma_{n0}^2 e^{-2t/\tau_n}}{\sum_n \frac{4\pi S_n^2}{2n+1} \sigma_{n0}^2} \right) \quad (33)$$

方程(14)和(28)是方程(33)在 $S(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')$ 是 δ 函数或 $S_n = (2n+1)/4\pi$ 时的极端情况, 即代表全球平均和不作平均的情况。对于一个低通滤波器, 指数函数的加权有利于大尺度, 后者有较长的张弛时间。因此, 总的来说, 其信息传递可持续较长时间。但是, 这种可预报性仅对平滑后的温度场而言, 很明显, 这种温度场要比未平滑的温度场容易预报。

4. 讨 论

在前一小节中, 我们已经说明了信息论中的熵和信息传递概念如何用于气候预报问题。我们研究了通过知道初始距平而获得在时刻 t 时该距平的信息。信息传递的衰减表示了该气候系统可预报性时限。衰减的时间尺度可认为是可预报性时段。

在预报研究中应用信息传递比用信噪比更优越之处已在第3节中作了讨论。首先, 信息传递 $I(T, T_0)$ 这个量是在初始距平上平均的, 并以它的出现频率为权重的, 因而相对于初始距平的大小是无偏的。最普通的初始条件是距平或信号为零的情况, 这已自然地包括在本方案中。其次, 温度场的信息传递 $I(T, T_0)$ 从整体上表达了系统的可预报性。该函数提供了一条把不同尺度的信息加起来的正式途径。第三, 从不同尺度贡献的权重可以确定全球某点的可预报性。这提供了内插点上可预报性的一条路径。

North 和 Cahalan 的简单气候模式已用来说明信息理论在气候预报中的应用。尽管简单, 不同空间尺度距平的时间尺度等数值计算结果与从更精细的模式得出的结果没有很大的偏差。噪声在球面上均匀的假定是为了计算和解释方便。但是, 更普遍的情况也能求解(North 等 1981), 其结果表明不同尺

度的张弛时间倾向于混合或平均而不是加长。North-Cahalan 模式不包括非线性动力过程。非线性作用是制约可预报性的重要因素。正如 Lorenz(1969 b) 讨论的那样, 随着时间推移, 可能出现的非周期特性可以使两个初始相象的气候状态互相偏离。在某种程度上说, 这种情况能用线性随机模式进行模拟, 但实际大气系统可预报性损失的精确物理机制可能更加难以捉摸。

但是, 在我们例子中所作的简化是为了计算方便和概念清晰, 并不是把信息理论的应用限制在这一简单模式中。在我们的例子中, 概率呈高斯分布。某些气候变量, 例如降水, 其分布与高斯分布相差甚远。一般说来, 概率分布必须通过经验方式加以确定。例如, 对更精细的模式, 气候的概率结构可凭经验从许多大气环流模式计算结果中得出, 这些计算结果实质上产生了系统的各种实现的集合。特别是, 从中能导出温度距平的概率分布 $f(T)$ 和已知初始距平 T_0 的在 t 时刻的温度距平 T 的条件概率分布 $f(T/T_0)$ 。这样, 我们就可以根据比较真实的模式来计算气候系统的熵 $H(T)$ 和信息传递 $I(T, T_0)$ 。信息传递衰减的时间尺度代表了气候系统可预报性时段。原则上, 甚至可能从实际气候系统的资料导出 $H(T)$ 和 $I(T/T_0)$, 因为统计性质能从资料得到(尽管困难可能来自有限的样本)。在这种情况下, 仍能导出该气候系统的可预报性时段。比较不同空间尺度的可预报性, 也可以用从资料导出的经验正交函数作为距平场展开的基而不用球谐函数来进行(North 1984; Wallace 和 Dickinson 1972), 仅当噪声和动力学过程在球面上是均匀时, 这就是 EOFs(经验正交函数)。因此, 在检验信息理论在气候研究中的应用方面还有进一步的工作可做。

某些努力已扩展到统计气候研究领域, 以设计某类用于对不同预报模式或预报员的预报技巧进行评定的技巧得分(例如 Barnett 和 Hasselman 1979)。在预报模式的技巧得

分的设计方面,信息传递函数也许又是很有用的。假设我们用上述讨论的方法既能对模式也能根据资料对实际气候计算 $I(T, T_0)$ 。可以预料模式信息传递的衰减将比实际气候的要快,因为通常对预报模式中存在的噪声属性缺乏了解。这样,比较从模式和实际资料得到的信息传递的差异将是一种评价预报模式的方法。其差别越小,预报模式越好。设计技巧得分的第二种方法是在给定预报值 T_F 的情况下计算真值 T_T 的条件概率分布。预报值 T_F 能从预报员或预报模式的历史记录中得到。由此,信息传递 $I(T_T, T_F)$ 则表示了这两个变量之间的依赖程度。如果 T_T 和 T_F 是相互独立的,那末信息传递为

零。这样,预报值与真值之间依赖越强,则得分越高。最后,上述讨论仅是初步的,因为技巧得分应该具有某些对不同模式或预报员容易进行比较的性质。例如,最高得分通常规一化为 1,而且得分不该是负的。信息传递并没有一个上限,因此不便于规一化。但是有充分理由相信,进一步探索信息理论在气候可预报性中的应用可能得到一种改进的技巧得分系统。

附录(略)

朱复成译自 *Journal of Climate*
(1990), Vol.3, No.1, 5—14
陆曼云校